



Теория множеств: Кантор

Основное содержание урока

Этот фильм повествует о нелегкой жизни Георга Кантора и его новаторских работах по теории множеств. Основные идеи теории множеств иллюстрируются с помощью оркестра как набора музыкантов. Излагаются определения подмножеств, количества элементов множества и пустых множеств. Вводятся идеи равных и эквивалентных множеств. Также в фильме упоминается основательное использование теории множеств в математике для определения числа i , в частности, бесконечных чисел. Данный фильм можно использовать в качестве введения в теорию множеств, делая ссылки на более сложные идеи, которые описаны в соответствующих фильмах.



Основные результаты

Цели урока

- Ввести определение множества чисел.
- Ознакомить с концепцией пустого множества и его символами \emptyset или $\{ \}$.
- Ознакомить со случаями, когда два множества эквивалентны.

Рекомендуемые задания

- Нахождение всех членов конечного множества с простым определением.
- Определение, является ли что-либо элементом (конечного или бесконечного) множества.
- Описание математических множеств с учетом их элементов.

Дополнительные результаты

Цели урока

- Ввести понятие подмножеств: если A – подмножество B , то $A \subset B$, и развивать умение использовать их.
- Развивать умение использовать обозначение $n(A)$ для числа элементов во множестве A .
- Сформировать понятие о существовании различных типов бесконечности.

Рекомендуемые задания

- Перечисление всех подмножеств данного конечного множества.
- Определение, является ли одно множество подмножеством другого.
- Определение количества элементов данного множества.



Теория множеств включает в себя изучение наборов чисел или объектов. Оркестр можно рассматривать как множество, но он также содержит такие подмножества как струнные инструменты.

Похожие фильмы

Рекомендуется использовать до урока:

Числа: Жизнь без чисел

Этот фильм исследует аргумент о том, что идея множеств или собрания объектов важнее, чем идея о числах, и задается вопрос, нужны ли нам числа вообще.

Рекомендуется использовать после данного урока:

Диаграммы Венна: Глобальные среды обитания

Этот фильм представляет диаграмму Венна и основные обозначения набора, такие как \cup и \cap .

Множества: Бесконечность

В данном фильме описывается использование теории множеств для понимания различных типов бесконечности.

План урока

Вводный этап

Ознакомьте с математическими утверждениями, написанными на языке множеств, и спросите учащихся, смогут ли они интерпретировать их, например:

Пусть, $A = \{x: x \text{ — это ученик в этом классе}\}$
и $B = \{x: x \text{ сдал свое домашнее задание}\}$
то, $n(B) < n(A)$
(Ответ: “Не все сдали домашнюю работу”).

Демонстрация фильма

Теория множеств: Кантор

Основной этап

Базовый уровень

Начните с простых словесных определений множеств, например, множества всех четырехсторонних фигур, и предложите учащимся перечислить их элементы. Изложите определение формального обозначения формы множества

$A = \{x: x \text{ удовлетворяет заданному условию}\}$

и дайте задание учащимся перечислить элементы множества с определением, и определите множество с учетом его элементов.

Представьте пустое множество и попросите учащихся найти множества, которые являются пустыми, например,

$A = \{x: x \text{ является нечетным числом, кратным } 4\}$.

Введите обозначения количества элементов множества и попросите учеников определить, является ли что-либо элементом данного множества, например: является ли число 2 367 231 элементом множества

$A = \{x: x \text{ — число, кратное } 9\}$?

Основной этап продолжение ...

Углубленный уровень

Определите главное множество и обозначения подмножества, затем предложите учащимся разобраться: является ли одно множество подмножеством другого. Для небольших множеств дайте задание перечислить все подмножества множества, в том числе и само множество, и пустое множество. Введите обозначение $n(A)$ и предложите учащимся найти связь между числом элементов в конечном множестве и числом подмножеств этого множества.

Дополнительное задание

Замените словесные определения множеств алгебраическими определениями, например,

$$A = \{x: x/3\} \in \mathbb{N}$$

и покажите, как это равносильно тому, что A является множеством всех чисел кратных 3. Составьте задачу, используя алгебраические обозначения, и попросите учащихся написать решения в алгебраической форме.

**Необязательное
дополнительное задание**

Попросите учащихся рассмотреть множества, которые могут или не могут быть элементами самих себя. Например, множество наборов объектов – это само собой набор объектов и, следовательно, является элементом себя, тогда как множество животных – это не животное, поэтому оно не является элементом самого себя. Попросите учащихся исследовать “множество всех предметов, которые не являются элементами самих себя” и объяснить, почему это приводит к фундаментальной проблеме логики. Почему такие множества имеют столь важное значение в истории математики?

$$\{1, 2, 3 \dots\}$$

$$\{40, 30, 20 \dots\}$$

$$\{1/2, 1/3, 1/4 \dots\}$$

Труды Кантора о теории множеств сосредоточены на понятии бесконечности через наборы чисел, которые продолжаются бесконечно.