



Диофантовы уравнения: Ферма

Основное содержание урока

Этот фильм повествует историю Великой теоремы Ферма: что для уравнения $x^n + y^n = z^n$ не существует целого решения, когда n является целым числом больше 2. Теорема описана Эндрю Уайлсом, математиком, который доказал теорему Ферма более трех веков после того, как она была предложена. Уравнение Ферма является примером диофантовых уравнений, т.е. решениями которых являются целые числа.



Основные результаты

Цели урока

- Ввести понятие целые числа и развивать умение использовать их.
- Формировать умение вычислять квадраты и кубы.
- Сформировать понятие, что символы могут использоваться для представления чисел в уравнениях или в выражениях и формулах.
- Развивать умение использовать правильные условные обозначения для алгебраических выражений и формул.
- Формировать умение оценивать выражения, заменяя буквы численными значениями.

Рекомендуемые задания

- Нахождение решения уравнения $x^2 + y^2 = z^2$.
- Доказательство того, что для уравнения $x^3 + y^3 = i^3$ не существует решений, для положительных целых значений x, y, z до 20.

Дополнительные результаты

Цели урока

- Формировать умение использовать индекс обозначения для отрицательных целых степеней.
- Развивать умение заменять положительные и отрицательные целые числа в выражениях и формулах.
- Развивать умение находить общие алгебраические решения уравнений.

Рекомендуемые задания

- Нахождение общего алгебраического решения уравнений $x^2 + y^2 = z^2$.
- Определение, есть ли решения уравнения $x^n + y^n = z^n$ для отрицательных целых значений n .



Последняя теорема Ферма была простым диофантовым уравнением.

Похожие фильмы

Рекомендуется использовать до урока:

Погоня

Этот фильм-введение знакомит с примером систем уравнений, используя кадры льва в погоне за своей добычей для иллюстрации концепции.

Рекомендуется использовать после данного урока:

Теория чисел: Гаусс

Этот фильм описывает работу Гаусса, математика, известного своей работой в теории чисел.

Вавилоняне и “Плимптон 322”

Этот фильм дает обзор вавилонской математики, в том числе работу с пифагоровыми тройками.

Доказательства: Математика на миллион долларов

Этот фильм описывает некоторые сложные математические задачи, решения которых математики обычно избегали на протяжении многих лет и продолжают это делать.

Доказательство Пифагора

Этот фильм демонстрирует результаты доказательства теоремы Ферма, что при $n = 2$ и x, y, z являются сторонами прямоугольного треугольника.

План урока

Вводный этап

Изложите последнюю теорему Ферма и расскажите учащимся, что они прославятся, если смогут найти простое доказательство или контрпример. Обсудите, что будет считаться математическим доказательством и как будет выглядеть контрпример.

Демонстрация фильма

Диофантовы уравнения: Ферма

Основной этап

Базовый уровень

Объясните, что такое диофантовы уравнения, а затем предложите учащимся найти решение линейных уравнений $ax + by = c$ в целых числах x и y , где a, b, c являются целыми числами. Объясните, что уравнение Ферма является диофантовым уравнением в степенях x, y и z , и что у него есть решения для $n = 2$. Затем попросите учащихся найти как можно больше решений для $n = 2$ (для 3, 4, 5 и 5, 12, 13 приведено в фильме). Объясните, что эти решения называются пифагоровыми тройками.

Основной этап продолжение ...
Углубленный уровень

Покажите, как любое частное решение уравнения $x^2 + y^2 = z^2$ может образовывать дальнейшие решения просто путем умножения частного решения на общий множитель.

Более сложная задача – найти решения, которые не просто кратны друг другу. Дайте учащимся задачу поиска общей (алгебраической) формы решения $x^2 + y^2 = z^2$, рассматривая $z = m^2 + n^2$ и $x = m^2 - n^2$ для целых чисел m, n , где $m > n$.

Дополнительное задание

Дайте задание учащимся показать, что не существует решений уравнений Ферма для $n = 3$ и значений x, y, z до 20, для $n = 4$ и значений x, y, z до 10. Рассмотрите, имеется ли решение уравнения для отрицательных степеней.

Необязательное дополнительное задание

Существуют ли целые решения уравнения $x^n + y^n = z^n$, где n и m могут отличаться? Найдите целые решения для x, y, z , когда $n = 2$ и $m = 3$. (Пример: $22 + 112 = 53$.)

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

$$5^2 + 12^2 = 13^2$$

$$x^n + y^n = z^n$$

Теорема Ферма была записана в Книгу рекордов Гиннесса как самая сложная задача по математике.