



Вычисление Пи: Архимед

Основное содержание урока

Этот фильм рассказывает, как греческий математик Архимед придумал удивительно точную оценку значения числа Пи.

Пи определяется соотношением длины окружности к ее диаметру. Египетская оценка числа Пи = корень (10), то есть значение близкое к 3,16. В некоторых деталях описывается оценка Архимеда с использованием области многоугольников, построенных внутри и вне круга. Чтобы выразить его оценку, используются знаки неравенства. Фильм заканчивается упоминанием иррациональной природы числа Пи.



Основные результаты

Цели урока

- Формировать умение находить длину окружностей и площади кругов с помощью соответствующих формул.
- Ввести термины “центр”, “радиус”, “диаметр”, “окружность”, “хорда”, “дуга” и “сектор” круга.
- Развивать умение находить периметр фигур, состоящих из треугольников и прямоугольников.
- Ввести понятия синуса, косинуса и тангенса острого угла для определения длин и углов прямоугольного треугольника и развивать умение использовать их.
- Развивать умение определять верхние и нижние границы, где значения приведены со степенью точности.
- Ознакомить с символами $>$, $<$, \geq , \leq и развивать умение использовать их.
- Ввести понятие смешанных чисел и простых дробей и развивать умение использовать их.

Рекомендуемые задания

- Вычисление площади n -сторонних правильных многоугольников, вписанных внутри и описанных около окружности, и, следовательно, оценка значения числа Пи.
- Вычисление периметра n -сторонних правильных многоугольников, вписанных внутри и описанных около окружности, и, следовательно, оценка значения числа Пи.
- Нахождение дроби, более точно приближенной к значению числа Пи.
- Использование формулы площади и длины окружности для решения простых задач.

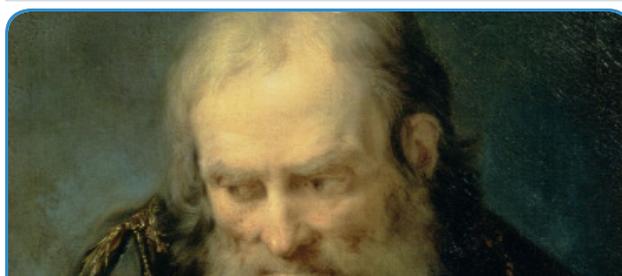
Дополнительные результаты

Цели урока

- Сформировать понятие, что конечная десятичная дробь представляет собой обыкновенную дробь.
- Развивать умение оценивать связь между конечными, периодическими и непериодическими десятичными дробями и рациональными и иррациональными числами.
- Развивать умение преобразовывать периодические десятичные дроби в обыкновенные дроби.
- Формировать умение предоставлять причины с использованием стандартных геометрических утверждений для поддержки численных значений углов, полученных в любом геометрическом контексте с участием линий, многоугольников и окружностей.

Рекомендуемые задания

- Выведение формулы для площади и периметра n -стороннего правильного многоугольника, используемого в приближениях Архимеда.
- Доказательство того, что любая периодическая десятичная дробь может быть записана в виде обыкновенной дроби.



Изучение Архимедом окружностей дало миру лучшее приближительное значение одной из самых известных математических постоянных величин.

Похожие фильмы

Рекомендуется использовать до урока:

Проектирование Шартра

Этот фильм показывает, как круги и их сложные свойства были использованы в дизайне красивого французского собора Шартра.

Рекомендуется использовать после данного урока:

Число Пи: Перечисление цифр Пи

Этот фильм исследует бесконечный и непериодический характер десятичной записи числа Пи и ставит задачу запомнить это число.

Развитие математики в Китае

Этот фильм описывает, как китайская математика развивалась независимо от Запада и имела правильный расчет числа Пи до семи знаков после запятой.

Спирали в природе

В этом фильме рассматривается возникновение в природе многих форм спирали, включая спираль Архимеда.

План урока

Вводный этап

Покажите трюк разрезания круга на множество равных секторов, затем размещая сектора бок о бок, поочередно острым углом то вверх, то вниз, сформируйте грубую прямоугольную форму. Покажите, что если длина окружности известна как $2 \times \pi \times r$ ($2\pi r$), то прямоугольная область (и, следовательно, площадь круга) может быть оценена как $\pi \times r \times r = \pi \times r^2$ (πr^2). Затем спросите: Как бы вы вычислили значение числа Пи?

Демонстрация фильма

Вычисление Пи: Архимед

Основной этап

Базовый уровень

Изложите учащимся формулу площади правильного n-угольника относительно n, то есть количества сторон. Попросите их вычислить (с помощью калькулятора) площадь правильных многоугольников, вписанных в / описанных около окружности радиусом в 1, и, следовательно, оцените значение числа Пи. Дайте задание учащимся определить, насколько точны их оценки в процентах Пи. Попросите учащихся подумать о проблемах, с которыми столкнулся бы Архимед при выполнении этих расчетов без электронного калькулятора.

Основной этап пролонжение ...

Углубленный уровень

Используя тригонометрию, выведите формулы площади и периметра правильного n -угольника относительно n , числа сторон. С помощью этих формул выработайте значения Пи в заданных границах при больших значениях n ($n = 100, 200, 1000 \dots$).

Дополнительное задание

Базовый уровень

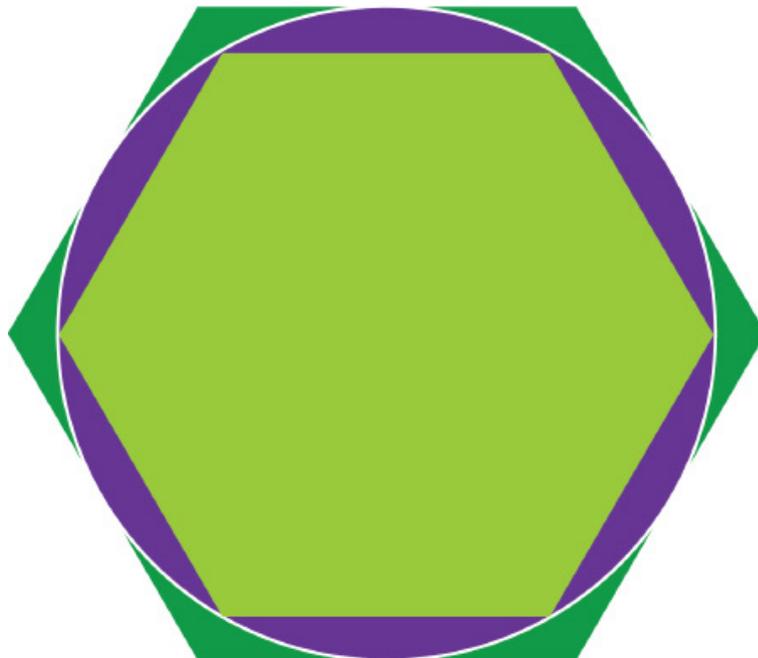
Повторите процесс оценки с использованием окружности вписанных и описанных многоугольников вместо области. Какой подход (области или окружности) дает наиболее точные оценки для любого заданного значения n ?

Углубленный уровень

На основе десятичной записи числа Пи найдите дроби, самые приближенные к значению Пи, начиная с $22/7$. Покажите, что любая периодическая дробь может быть записана в виде обыкновенной дроби. Если значение Пи не повторялось, какие выводы можно сделать?

Необязательное дополнительное задание

Почему число Пи для площади совпадает с длиной окружности числа Пи? Значит ли это, что логически должно быть так? Могли бы два числа отличаться, скажем, в знаке после миллионной запятой? Исследуйте, как математики доказали, что Пи для площади имеет точно такое же значение, как Пи для окружности.



Чтобы рассчитать площадь круга, Архимед нарисовал окружность между двумя прямолинейными фигурами. Затем он вычислил площадь обеих фигур и определил, что площадь окружности лежит где-то между ними.