



Парадокс Монти Холла

Основное содержание урока

В данном фильме описывается известная математическая задача, показанная в популярной американской телеигре и представленная Монти Холлом. Суть игры заключается в следующем: участнику предлагается на выбор три различных двери, за одной из которых спрятан приз; участник должен выбрать дверь, за которой спрятан приз. Выбранная им дверь не открывается, ведущий программы открывает одну из двух других дверей. Дилемма участника в следующем: должен ли он изменить свое решение и выбрать другую оставшуюся дверь? В фильме дается ответ на этот вопрос и простым языком объясняется, почему правильнее будет определить на этом пути условную вероятность.



Преподаватель, возможно, захочет приостановить фильм на середине, до того как будет дано решение, а затем снова вернуться к фильму после обсуждения.

Основные результаты

Цели урока

- Ознакомить с языком вероятности в терминах “событие”, “вероятность”, “случайное”, “зависимость” и “условная вероятность”.
- Формировать умение систематически перечислять все результаты отдельных событий и двух последовательных событий.
- Сформировать понятие о том, что $\sum P_i = 1$.
- Развивать умение рисовать и использовать древовидные схемы.
- Развивать умение использовать простую условную вероятность при совмещении двух событий, например, извлечение двух мячей из мешка последовательно, без замены.

Рекомендуемые задания

- Выполнение экспериментального варианта парадокса Монти Холла и запись успешных попыток с использованием стратегии и без неё.
- Приведение доказательств использования стратегии при помощи древовидных схем или других способов.

Дополнительные результаты

Цели урока

- Ввести понятия оценки и меры вероятности теоретических моделей и развивать умение использовать их.
- Ознакомить с формулой условной вероятности и теоремой Байеса и развивать умение использовать их.

Рекомендуемые задания

- Использование формулы условной вероятности в простых задачах.
- Извлечение теоремы Байеса из формулы условной вероятности.
- Подтверждение использования стратегии в парадоксе Монти Холла с помощью теоремы Байеса.



В телеигре “Давайте заключим сделку”, изменение решения всегда увеличивало шансы игрока на выигрыш.

Похожие фильмы

Рекомендуется использовать до урока:

Дилемма заключенного

В фильме приводится классический пример зависимости между событиями.

Рекомендуется использовать после данного урока:

Логика: Байесовские роботы

В фильме исследуется возможность принятия условной вероятности до её крайней степени при помощи искусственного интеллекта, как в случае использования роботов.

Вероятность: Необоснованные страхи

В фильме приводятся примеры ситуаций, когда наша первоначальная инстинктивная реакция может быть не самой подходящей.

План урока

Вводный этап

Воссоздайте ситуацию Монти Холла с помощью жетона в качестве приза под одной из трех чашек. Выберите учащегося для игры со сверстниками. Повторите с другими учащимися, разрешая остальным обсуждать стратегию игрока. Ведите подсчет успехов и проигрышей при наличии стратегии и без нее. Спросите учащихся, какая стратегия на их взгляд кажется наиболее правильной и почему.

Демонстрация фильма

Парадокс Монти Холла

Основной этап

Базовый уровень

Пользуясь интернетом, найдите приложения про парадокс Монти Холла, дающие возможность играть много раз, применяя различные стратегии; покажите на эксперименте, что с использованием стратегии средний результат будет лучше. Узнайте у учащихся, как бы они теоретически это доказали. Попросите учащихся представить интуитивно правдоподобные объяснения использования стратегии с помощью древовидных схем или других способов и предсказать соотношение успеха любой стратегии. Проверьте это теоретическое предположение против действительных экспериментальных успешных показателей.

Основной этап продолжение ...

Углубленный уровень

Дайте определение формуле условной вероятности и приведите простые задачи для её проверки. Далее установите соотношение между $P(A|B)$ и $P(B|A)$ с использованием формулы и получите результат, известный как теорема Байеса:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

Затем подтвердите стратегию, использованную в теореме Байеса.

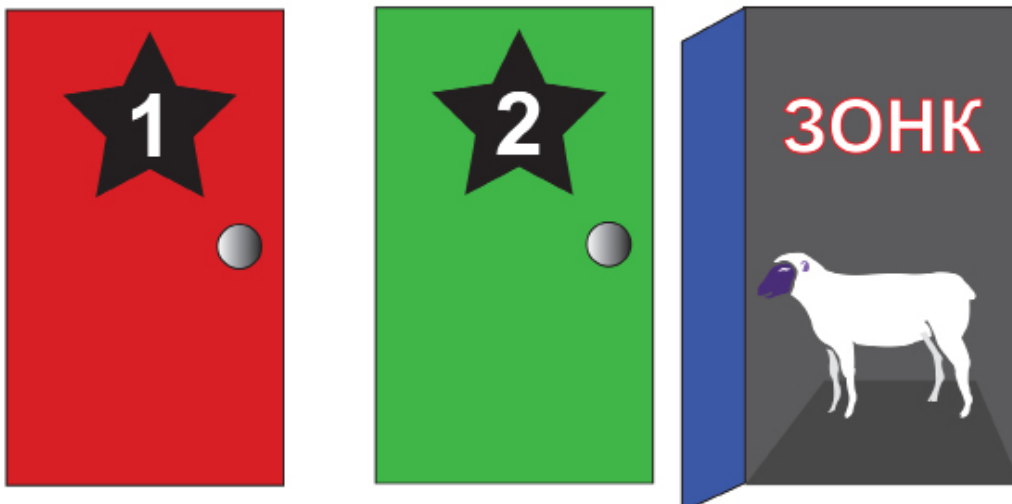
(Например, предположим, что выбрана дверь №1. Пусть вероятность того, что приз находится за дверью №2, будет $P(Z_2)$; тогда $P(Z_2) = 1/3$. Вероятность того, что Монти откроет дверь №3 = $P(O_3) = 1/2$. Но далее заметьте, что $P(O_3|Z_2) = 1$. Используйте теорему Байеса, чтобы изменить результат и показать, что $P(Z_2|O_3) = 2/3$.)

Дополнительное задание

Обсудите, как изменился бы парадокс Монти Холла, если бы было четыре двери вместо трех, а все другие составляющие игры остались прежними (то есть, игрок выбирает одну дверь, одна из неудачных дверей открывается, и игроку дается право изменить решение). Должен ли все еще игрок изменить решение, и каковы соответствующие вероятности успеха? Обобщите ответ с большим количеством дверей.

Необязательное дополнительное задание

Пользуясь интернетом, изучите первоисточник парадокса Монти Холла и реакцию зрителей. Что говорили об этом парадоксе ученые того времени? Всегда ли они давали правильный ответ? Выберите подобное телешоу, выходящее в эфир в настоящее время, и проанализируйте математику, которая стоит за выбором.



Когда выбрана первая дверь, вероятность того, что за ней находится приз составляет 1 к 3 или 1/3.