



Гиперболалық геометрия

Сабақтың негізгі мазмұны

Бұл фильм, Евклидтің геометриялық пайымдауларға деген қарапайым, әрі түсінікті көзқарастарын баяндайтын қысқаша сипаттамадан басталады да, мына сұраққа келіп тіреледі: біз өмір сүретін әлемді ең дәл сипаттайтын осы геометрия ма? Содан соң, альтернативті геометрия сипатталады: біріншіден, сфера бетін сипаттайтын эллиптикалық геометрия, заманауи физикадағы қисайған кеңістікті сипаттайтын гиперболалық геометрия туралы айтылады. Гиперболалық геометрия, дәстүрлі Евклидтік геометрияға қарсы түсіндіріледі. Көрермендердің гиперболалық геометрияның барлық күрделі жақтарын түсінуі міндетті емес. Бірақ олар, біз дәлелдеуді қажет етпейді деп санайтын Евклидтік геометрияның қырларын көрсету үшін қолданылады.



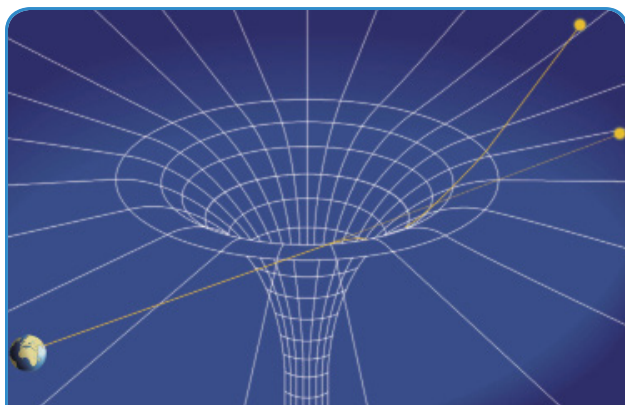
Негізгі нәтижелер

Сабақтың негізгі мақсаттары

- Параллель түзу ұғымын түсіне білу.
- Қисайған кеңістіктегі параллель түзу мәнін түсіну.
- Пифагор теоремасын екі өлшемде қолдана білу және оны түсіну.
- Синус, косинус және тангенсті пайдалана білу және олардың қатынасын ұғу.

Ұсынылатын жаттығулар

- Параллель түзу ұғымын тегіс қағаз бетінде және Жер шары бетінде тексеріңіз.
- Пуанкаре дискісінің көмегімен қисайған (гиперболалық) кеңістіктегі түзу ұғымын қарастырыңыз.
- Синус, косинус және тангенс арасындағы стандартты қатынастарды бастапқы ережелер арқылы құрыңыз.



Эвклидтік геометрияда бір параллель түзу бар, ал эллиптикалық геометрияда ол мүлдем жоқ.

Қосымша нәтижелер

Сабақтың негізгі мақсаттары

- Евклид геометриясының математикадағы көп геометрияның бірі екенін ұғыну.
- Эллиптикалық геометрия сфера бетін сипаттайтынын түсіне білу
- Эллиптикалық геометрияда ешқандай параллель түзулердің болмайтындығын түсіну.
- Заманауи физиканың кеңістікті қисайған деп есептейтінін және олардың гиперболалық геометрия мен тригонометрияны қолданатынын түсіну.

Ұсынылатын жаттығулар

- Евклид аксиомаларын қарастырып, параллель түзу аксиомасының геометриядағы маңызын анықтаңыз.
- Параллель түзулер туралы аксиоманың эквиваленттері болатын тұжырымдамаларды қарап шығыңыз, және бұл тұжырымдар жоққа шығарылған жағдайды да қарастырыңыз.
- Сфера бетіне бұрыштарының қосындысы 180 градустан үлкен болатын үшбұрыштар салыңыз.
- Пуанкаре дискісіне бұрыштарының қосындысы 180 градустан аз болатын үшбұрыштар салыңыз.

Ұқсас фильмдер



Сабақ жоспарына дейін қолдану:

Геометрия: Евклид

Бұл фильмде, ертедегі Евклид қарастырған, екі мың жыл бойы өзгеріссіз келе жатқан дәстүрлі геометрия туралы көзқарас жайында айтылады.

Жерді өлшеу

Бұл фильм, Евклидтік геометрия көмегімен жердің экватор ұзындығын қалай анықтауға болатынын көрсетеді.

Сабақ жоспарынан кейін қолдану:

Фигураның қасиеттері: Топология

Бұл фильмде, біздің қабылдау қабілетімізді сынға алатын Евклидтік кеңістіктегі ақылға қонбайтын, таңғажайып пішіндер көрсетіледі.

Сандар теориясы: Гаусс

Бұл фильмде, кеңістік қисықтығының өлшемін анықтаған математиктің еңбектері туралы айтылады.

Сабақ жоспары

Кіріспе

Оқушылардан үшбұрышта неше бұрыш болатынын сұраңыз. Бұрыштарының қосындысы 180 градустан артық немесе кіші болатын үшбұрыш салуға бола ма деген сұрақ қойыңыз. Өз ойларын қалай дәлелдейтінін сұраңыз.

Фильм көрсету



Гиперболалық геометрия

Негізгі жаттығулар

Негізгі деңгей

Параллель түзу анықтамасынан бастаңыз: тақтаға түзу сызып, содан соң түзу бойында жатпайтын тағы бір нүкте салыңыз. Параллель түзу дегеніміз нүкте арқылы өтетін және шексіздікке дейін созылған, алдыңғы түзумен қиылыспайтын кез-келген түзу. Бір ғана параллель түзу бар екендігіне келісіңіз. Содан соң, дәл осыны сферада қайталаңыз, яғни алдымен сфера бетіндегі түзу туралы талқылаңыз. Егер түзу кез-келген екі нүкте арасындағы ең қысқа қашықтық болса, онда барлық түзулер экватор сияқты үлкен шеңберлер болып табылады. Егер параллель түзулер болмаса, онда кез-келген екі үлкен шеңбер қиылысуы тиіс екенін айтыңыз. Соңында, сфераға негізі экватор бойында, ал төбесі солтүстік полюсте болатын үшбұрыш салыңыз. Оқушылардан сұраңыз: Үшбұрыш бұрыштарының қосындысы неге тең? (Жауап: 180 градустан жоғары)

Негізгі жаттығулар жалғасы...

Тереңдетілген деңгей

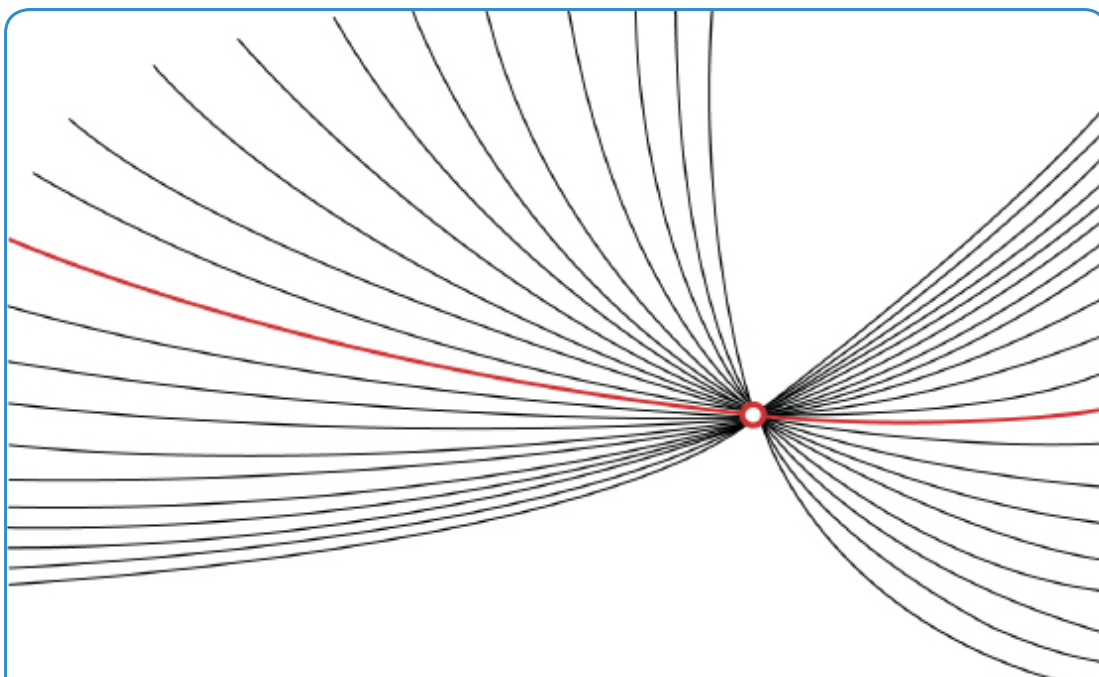
Евклидтің негізгі бес аксиомасының тізімін таратыңыз. Осы аксиомалармен келіспейтіндерді анықтаңыз. Содан кейін математиктердің қалған төрт аксиома негізінде параллель түзулер аксиомасын дәлелдеу барысында кездескен қиындықтар жайында қысқаша баяндаңыз. (Параллель түзулер аксиомасын былайша түсіндіріңіз: l түзуі мен түзуден тыс бір нүкте берілген, және ол нүкте арқылы l түзуіне параллель бір ғана түзу жүргізілген). Аксиомаға сәйкес келетін тұжырымдамаларды қарастырыңыз. Бұл тұжырымдамалар жоққа шығарылатын әлемді елестетіп көріңіз. Содан соң, параллель түзулер аксиомасын қайта жазып шығыңыз: мысалы, “ешқандай түзу берілмеген...” деп бастап, кейін “көптеген түзулер бар...” деп жазып, олардың эллиптикалық және сәйкесінше гиперболалық геометрияны түсіндіретінін айтыңыз.

Қосымша жаттығулар

Оқушыларды Пуанкаре дискісінің интерактивті моделімен, гиперболалық және қисайған кеңістіктің Евклидтік моделімен қамтамасыз етіңіз. Ондағы барлық кеңістіктер шеңберлермен шектелген, және түзу сызықтар иілген болып көрінеді (ғаламтордан Пуанкаре дискісінің қолданбалы бағдарламасын іздеңіз). Оқушыларға бір нүкте арқылы, берілген түзуге параллель болатын бірнеше түзу және бұрыштарының қосындысы 180 градустан кем болатын үшбұрыш салуды тапсырыңыз.

Міндетті емес қосымша тапсырмалар

Синус, косинус және тангенс анықтамаларын қарастырып, $\tan\theta = \sin\theta/\cos\theta$ тең екендігін көрсетіңіз. Гипотенузасының ұзындығы 1 -ге тең болатын тік бұрышты үшбұрыш салып, Пифагор теоремасы арқылы $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1^2$ теңдігін дәлелдеңіз. $\sinh \theta$ және $\cosh \theta$ функциясының балама нәтижесін беріңіз. Ғылыми калькулятор арқылы $\sinh \theta$ және $\cosh \theta$ мәндерін анықтаңыз.



Боляй мен Лобачевский бір нүктемен илетін гиперболалық кеңістіктің түзулері мен бұрыштары арасындағы қатынасты сипаттай алатын тригонометрияның жаңа түрін ойлап тапты.