



# Эшер и бесконечная лестница

## Основное содержание урока

Этот фильм повествует историю рисунка “бесконечная лестница”, созданного математиком сэром Роджером Пенроузом и художником Эшером. В фильме также показываются и исследуются другие рисунки “невозможных форм”. Рисунки используются для иллюстрации того, что мы не видим мир, каков он есть, а интерпретируем и делаем предположения о том, что мы видим. Фильм дает возможность изучить понятие о невозможном в математике и подвергает сомнению предположения о наших знаниях.



## Основные результаты

### Цели урока

- Сформировать понятие о том, что наше восприятие мира может быть двусмысленным.
- Сформировать представление о роли перспективы в создании оптических иллюзий.

### Рекомендуемые задания

- Нахождение примеров оптических иллюзий.
- Классификация оптических иллюзий по видам.

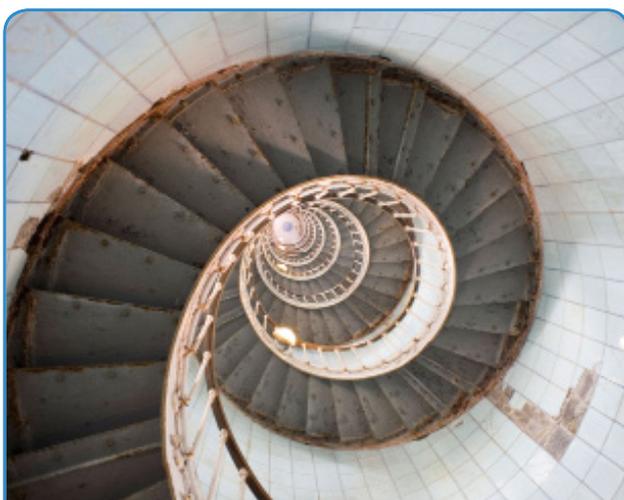
## Дополнительные результаты

### Цели урока

- Сформировать понятие о роли невозможности в математическом доказательстве.
- Сформировать понятие смысла и применения комплексных чисел.

### Рекомендуемые задания

- Рассмотрение примеров доказательства от противного.
- Проведение расчетов с комплексными числами.



Художник Эшер любил оптические иллюзии и часто использовал математические понятия в своем искусстве.

## Похожие фильмы

Рекомендуется использовать до урока:

### Рисование числами

Этот фильм показывает, как геометрия перспектив может создать иллюзию глубины 3D с помощью 2D изображения.

### Перспектива: Параллакс

Этот фильм объясняет, как перспектива может быть использована для расчета расстояния от отдаленных звезд.

Рекомендуется использовать после данного урока:

### Топология

Этот фильм рассказывает о геометрическом подходе, который фокусируется скорее на кривых линиях и траекториях, а не на прямых и расстояниях, создавая математические формы, которые бросают вызов нашей способности к визуализации.

### Мозаичные узоры

Этот фильм рассматривает ряд мозаик от простых примеров правильных многоугольников до экзотических мозаик Эшера.

### Гиперболическая геометрия

В этом фильме рассматриваются альтернативные точки зрения физиков и математиков, таких как Альберт Эйнштейн, на теорию Евклида о структурировании пространства.

### Иррациональные числа: Пифагор

Этот фильм описывает открытие, которое бросило вызов традиционным убеждениям и имело тяжелые последствия для греческих математиков.

### Мнимые числа

Этот фильм рассматривает широчайшую новую область математики, которая открывается, как только квадратный корень из отрицательного воспринимается как число.

## План урока

### Вводный этап

Попросите учащихся привести примеры, которые невозможны в математике. При необходимости дайте подсказку: нарисовать треугольник со сторонами 3; 4; 8; решить уравнения  $1/x = 0$ , или  $x^2 = -1$ . Составьте список примеров и исследуйте, почему мы считаем, что они невозможны.

### Демонстрация фильма

Эшер и бесконечная лестница

## Основной этап

### Базовый уровень

Предоставьте ученикам доступ к Интернету и поручите исследовать другие чертежи Эшера, затем найти различие между теми, которые “невозможны”, как и лестница, и теми, которые просто удивительны, как лента Мебиуса. Соберите выбранные изображения вместе и сделайте анализ.

### Углубленный уровень

Предоставьте учащимся доступ к Интернету и поручите изучить математические работы сэра Роджера Пенроуза. Что такое пространство твисторов? Что такое пространство Минковского? Как выглядят изображения этих пространств? Как они соотносятся с тем, что мы можем воспринимать? Как это могло бы объяснить интерес Пенроуза к лестнице? Попросите учеников подготовить краткие презентации для своих одноклассников.

## Дополнительное задание

Расскажите ученикам о том, что математиков всегда интриговало то, что считается невозможным, и иногда это приводило к новым открытиям в области математики. Спросите их, смогут ли они решить уравнение:  $x^2 = -1$ , затем дайте краткое введение в комплексные числа и их арифметику.

## Необязательное дополнительное задание

Объясните, как “невозможность” часто используется для доказательства результатов в математике. Посмотрите доказательства от противного иррациональности квадратного корня из 2 или несчетность действительных чисел.

