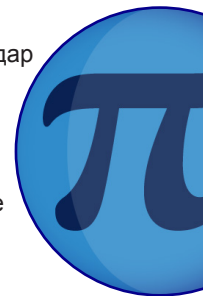




# Фракталдар: Менгер фигурасы

## Сабақтың негізгі мазмұны

Фильм қайталама есептеулер жолымен алынған фракталды пішін – Менгер фигурасы жөнінде баяндайды. Фильмде фракталдарға кіріспе берілмесе де, оны түсінуге болады, алайда фракталдар туралы алдын-ала оқып келу пайдалы болады. Алгебралық есептеуге қарағанда графикалық суреттерді қолдана отырып, әрбір итерациядан кейін фигура көлемі нөлге дейін төмендейтінін, ал беттік ауданы шексіздікке ұмтылатынын көруге болады. Менгер фигурасының математикасы өте күрделі, сондықтан оны төменгі сынып оқушыларына түсіндірмеуге болады, алайда фильмде берілген ақпарат барлық жастағы оқушыларға түсінікті.



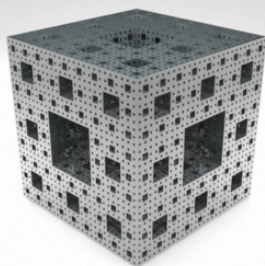
## Негізгі нәтижелер

### Сабақтың негізгі мақсаттары

- Фрактал табиғаты мен оның өз-өзіне ұқсастық қасиетін түсіну.
- Үшөлшемді денелердегі “жақ”, “қабырға”, “төбе” ұғымдарын түсіне білу.

### Ұсынылатын жаттығулар

- Менгер фигурасының бірөлшемді және екіөлшемді аналогы болып табылатын Кантор жиыны мен Серпинский кілемін құрастыру.
- Осы фракталдар үшін нүктелер санын, ұзындығын, периметрін және ауданын табу.



Бір қызығы, Менгер губкасының көлемі кішірейген сайын, бетінің ауданы ұлғая береді.

## Қосымша нәтижелер

### Сабақтың негізгі мақсаттары

- Қарапайым геометриялық тұжырымдарды пайдаланып, көлем мен ауданға байланысты геометриялық есептердің сандық жауаптарының қалай алынғандығын түсініп, оларды ұқсас фигуралар қасиеттерін талдауда қолдана білу.
- Ұқсас фигуралардың аудандары мен көлемдерінің қатынасы, сәйкесінше қабырғаларының квадраттық және кубтық қатынасында екендігін түсіну.
- Тізбектегі сандардың мәнін, оның тұрған ретінің дәрежесіне байланысты есептей алу.
- Сызықтық емес графикте берілген ақпаратты түсініп, оны салынған функцияның алгебралық түрімен байланыстыра білу (көрсеткіштік және кері функциялар).

### Ұсынылатын жаттығулар

- Менгер фигурасының әр қадамындағы кубтар санын (әр итерациядағы кубтар) қарастырыңыз. Әр итерацияда кубтар санының формуласын қорытып шығару ( $20^n$  дәрежеге артты).
- Менгер фигурасының әр қадамында пайда болған шаршы көлемі мен беттік ауданын және әр итерация кезіндегі кубтар санын көрсететін график салып, оны фильмде көрсетілген графикпен салыстыру.

## Ұқсас фильмдер

Сабақ жоспарына дейін қолдану:

### Фракталдар: Кох қар бүршігі

Бұл фильм “Менгер фигурасы” фильміне ұқсас болып келеді, алайда мұнда фракталдарға жоғары дәрежелі кіріспе беріліп, фракталдардың екіөлшемді пішіндері зерттеледі.

Сабақ жоспарынан кейін қолдану:

### Жиындар: Шексіздік

Бұл фильмде шексіздіктер парадокстарының тарихына кіріспе беріліп, қазіргі заман математиктері шексіздікті қалай тек бір сан ретінде қолданғысы келетіндігі туралы айтылады.

### Құмырсаңаның керемет күші

Бұл фильм кубтың беттік ауданы мен көлемі үлкейтілген кезде не болатынын қарастырып, мұны құмырсаңның өзінен ауыр денелерді қалайша көтере алатындығын түсіндіруге қолданады.

### Топология

Бұл фильмде түсінікке келмейтін пішіндер мен қатты денелерді логикалық түрде анықтауға болатындығы туралы айтылады.

## Сабақ жоспары

### Кіріспе

Фракталдар математиканың ең бейнелі бөлігі болып табылады, яғни оны түсіндірудің ең жақсы жолы – суреттерді қолдану. Ғаламтордағы іздеу сайттарының біріне “фрактал” деп жазып, көптеген керемет суреттер таба аласыз. Мүмкін болса, Мандельброт жиынын көрсетіп, олардың қайталанған кездегі өз-өзіне ұқсастығын талдаңыз. Сосын сұрақ қойыңыз: итерацияның кіші деңгейлерінде, бөлшектер жоғары деңгейде болатындай бұл процесті шексіз жасауға болады ма?

### Фильм көрсету

### Фракталдар: Менгер фигурасы

### Негізгі жаттығулар

#### Негізгі деңгей

Менгер фигурасының математикасы өте күрделі, сондықтан алдымен, Менгер фигурасының бірөлшемді және екіөлшемді аналогтары – Кантор жиыны мен Серпинский кілемдері жайлы оқып біліңіздер. Серпинский кілемнің бірінші қадамын жасаңыз: қабырғасы үлкен шаршы қабырғасының үштен бір бөлігі болатын кіші шаршыны үлкен шаршының ортасынан қиып алып тастаңыз. Осы процесті оқушыларға қайталатып, пайда болған “кілемнің” әр итерация кезіндегі ауданы мен периметрін есептетіңіз. Дәл осыны кесінді үшін де жасатыңыз: кесіндінің ортасынан оның үштен бір бөлігін алып тастап, қалған екі жанындағы кесінді үшін осы процесті қайтадан қайталаңыз. Оқушылардан алынған жауаптарды салыстырып, Менгер фигурасы заңдылықтарын Серпинский кілемі мен Кантор жиыны үшін жалпылауды сұраңыз (Кантор жиынында кесінді ұзындығы нөлге дейін кішірейеді, алайда қалған кесінділер саны шексіздікке ұмтылады).

## Негізгі жаттығулар жалғасы ...

### Тереңдетілген деңгей

Оқушыларға Менгер фигурасының бірнеше итерациясын жасатып, әр қадам кезінде кубтар саны қанша болатынын есептетіңіз. Жауаптарды жалпылай отырып, әр қадамдағы кубтардың жалпы санының формуласын табуды тапсырыңыз ( $n$  итерациядан кейін кубтар саны =  $20^n$  дәрежеге артты).

### Қосымша жаттығулар

Оқушылардың жауаптарын қорытындылай отырып, келесі сұрақты қойыңыз: алынған жауаптардың графиктері қандай болады? Арнайы компьютер бағдарламасының көмегімен сызықтық, квадраттық, кубтық, экспоненциалдық функциялар мен олардың кері функцияларының графиктерін сызып, әр сандар ретін өзіне сәйкес графикпен байланыстырыңыз. Содан кейін фильмде көрсетілген графиктерді жалпылама түрде түсіндіруді сұраңыз (мысалы, Менгер фигурасында кубтар саны тез өсіп, ал олардың көлемі мен ауданы тез азаяды; көлемнің төмендеуі кубтар санының артуына қарағанда тез, сондықтан жалпы көлем төмендейді. Ал кубтар санының көбеюі ауданның азаюына қарағанда тезірек, сондықтан жалпы беттік аудан артады).

### Міндетті емес қосымша тапсырмалар

Галамтордан Мандельброт жиыны туралы ақпарат тауып, оқушыларға фракталдар жасап келуді тапсырыңыз.

