



Фракталы: Снежинка Коха

Основное содержание урока

Этот фильм на высоком уровне описывает, что такое фрактал, и в каком виде фрактальные формы встречаются в природе. Акцентирует внимание зрителя на фрактале снежинки Коха, начиная с её конструкции из равностороннего треугольника и заканчивая конечной площадью, но бесконечным периметром. Хотя фракталы могут быть очень сложной областью математики, этот фильм не предполагает наличия предварительных знаний, выходящих за рамки представления о треугольниках и дробях. Он может быть использован в качестве введения к более сложным темам, таким как геометрическая прогрессия и суммы до бесконечности.



Основные результаты

Цели урока

- Сформировать понятие природы фрактала и его самоподобия.
- Сформировать понятие геометрических свойств подобных равносторонних треугольников.

Рекомендуемые задания

- Нахождение периметра и площади каждой итерации снежинки Коха с использованием основополагающих принципов.
- Создание фрактальных структур путём многократного применения простого правила к простой конфигурации.

Дополнительные результаты

Цели урока

- Развивать умение использовать дробные множители для создания геометрической прогрессии.
- Формировать умение доказывать, используя стандартные геометрические формулировки, закреплять числовые значения длин и площадей в геометрических задачах и связывать это со свойствами подобных фигур.

Рекомендуемые задания

- Выведение алгебраических формул для нахождения периметра и, если возможно, для площади n -й итерации снежинки Коха.
- Выведение формулы суммы первых n членов геометрической прогрессии и применение её к периметру снежинки.
- Исследование осевой и зеркальной симметрии снежинки.



Снежинка Коха является формой с конечной площадью, но бесконечно увеличивающимся периметром.

Похожие фильмы

Рекомендуется использовать до урока:

Туннель Самоса

В этом фильме рассказывается о том, как древние греки использовали элементарную геометрию и прямоугольные треугольники, чтобы успешно построить туннель под горой.

Рекомендуется использовать после данного урока:

Фракталы: Губка Менгера

Этот фильм похож на видеоролик Снежинка Коха, но исследует 3D фрактальные фигуры.

Множества: Бесконечность

Этот фильм предоставляет всестороннее введение в историю парадоксов бесконечности и обзор того, как современные математики пытались рассматривать бесконечность просто как ещё одно число.

Хаос по ошибке

Этот фильм объясняет, что фрактальные структуры иногда появляются хаотично, и небольшие изменения в их структуре могут значительно повлиять на конечную форму.

План урока

Вводный этап

Фракталы – это самая наглядная часть математики, и, пожалуй, лучший способ представить их – это показать примеры, просто наберите слово “фрактал” в поисковой системе изображений в интернете, и она обеспечит вас десятками потрясающих изображений. После этого задайте вопрос: как образуются фракталы?

Демонстрация фильма

Фракталы: Снежинка Коха

Основной этап

Базовый уровень

Пересмотрите, как была сформирована снежинка Коха, затем предложите учащимся сформировать собственные фрактальные структуры. Начните с простых форм (линия, треугольник, квадрат) и неоднократно применяйте простые правила, как в примере Коха. Для получения интересных примеров, попросите учащихся попробовать вывести формулы для длины или площади их фракталов, неоднократно применяя простые правила.

Углубленный уровень

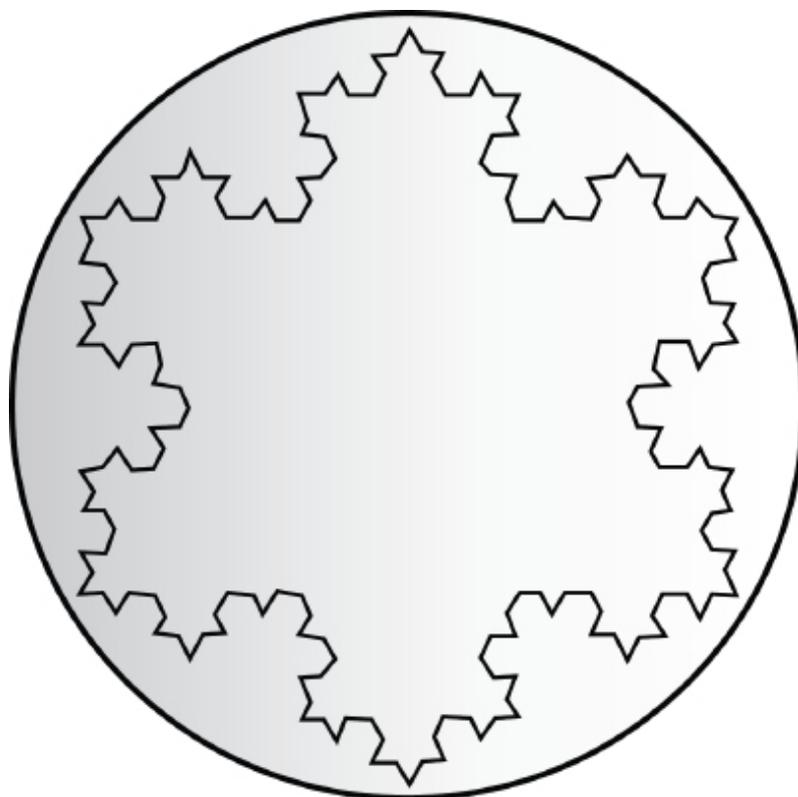
Начиная с равностороннего треугольника со стороной 1, попросите учащихся занести в таблицу и затем начертить периметр и площадь снежинки после каждой итерации. Затем, выразив площадь и периметр алгебраически, для n итераций, выведите формулы для вычисления периметра и площади через n . Узнайте, что происходит при стремлении n к бесконечности.

Дополнительное задание

Бесконечный периметр снежинки Коха связан с увлекательной работой математика Бенуа Мандельброта на тему парадокса береговой линии: длина береговой линии любого острова зависит от масштаба измерения. В интернете существует множество описаний доказательства Мандельброта с нелогичными и провокационными выводами, которые учащиеся могут проработать и обсудить между собой.

Необязательное дополнительное задание

Введите “фрактальный апплет” в поисковой системе интернета и исследуйте фракталы, создаваемые этими апплетами. Вопрос: в чём разница между множествами Мандельброта и Жюлиа?



Снежинка Коха создается путем постоянного повторения определенных правил:

- 1) Возьмите равносторонний треугольник.
- 2) Уберите среднюю одну треть часть каждой стороны.
- 3) Вставьте две стороны равностороннего треугольника в каждую щель.
- 4) Повторите это правило для всех новых сторон.

По мере роста периметра снежинки, она остается внутри окружности, проведенной вокруг исходного треугольника. Таким образом, область ограничена.