



Шахматная доска императора

Основное содержание урока

В этом фильме рассказывается о показательной и степенной функциях и повествуется история китайского императора, который хотел вознаградить изобретателя игры в шахматы. Мудрец попросил у короля за первую клетку шахматной доски заплатить ему одно зерно риса, за вторую – два, за третью – четыре и т. д., удваивая количество зёрен до последней, 64-й клетки. Император согласился с таким вознаграждением, даже не подозревая, что общее количество зерен риса была больше, чем количество всех зерен риса в Китае.

В фильме дано определение экспоненциалу и показана типичная форма экспоненциальной кривой. Полученная геометрическая последовательность зерен риса показана на шахматной доске, хотя сами последовательности не определены.



Основные результаты

Цели урока

- Ознакомить с терминами “экспоненциал” и “степень”.
- Развивать умение вычислять квадраты, кубы и высшие степени чисел.
- Развивать умение использовать индексное обозначение и правила действия с индексами для умножения положительных целых степеней.
- Формировать умение распознавать форму экспоненциальной кривой.

Рекомендуемые задания

- Вычисление всех степеней чисел 2, 3, 4 ... и так далее, которые меньше 1000.
- Складывание и вычитание степени, вычисление $2^5 \times 2^3$, $2^9 \div 2^5$ и подобные этому.
- Объяснение того, почему математики говорят, что $n^0 = 1$ для любого числа n .
- Построение графика и функции $y = 2^x$, $y = 3^x$, $y = 4^x$ и нахождение закономерности в графиках.

Дополнительные результаты

Цели урока

- Сформировать умение различать геометрические последовательности и применять формулы для n -го члена и суммы первых n членов.
- Развивать умение находить сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии.
- Формировать умение выражать целые числа в виде произведения степеней простых множителей.

Рекомендуемые задания

- Выведение формулы для n -го члена и суммы первых n членов геометрической прогрессии.
- Решение простых задач на геометрическую прогрессию.
- Воссоздание последовательности шахматной доски, но начав с одного члена последовательности и выполняя его деление на 2 для нахождения следующего члена.
- Нахождение всех целых чисел от 1 до 100, которые можно записать в виде произведения степеней 2 и 3.



Изобретатель шахмат использовал свои знания о числе, чтобы перехитрить древнекитайского императора.

Похожие фильмы

Рекомендуется использовать до урока:

Невероятная сила муравьев

Этот фильм показывает, как показатель степени числа может объяснить, почему муравьи способны поднимать такую большую тяжесть по сравнению с их массой тела.

Рекомендуется использовать после данного урока:

Сколько весит Интернет?

В этом фильме показан общий вид практического использования числа, чтобы выразить очень маленькие или очень большие количества.

Египтяне и умножение

Этот фильм описывает древний метод умножения на основе степени двойки.

Могут ли обезьяны написать, как Шекспир?

Этот фильм демонстрирует, что повторение одного и того же действия приводит к удивительным результатам.

План урока

Вводный этап

Спросите учащихся, каким является самое большое число, которое они могут образовать из цифр 2 и 7 с помощью базовых арифметических функций. Перечислите возможные ответы от $7+2$, 7×2 до 7^2 . Посмотрите, кто из учащихся сможет найти $2^7 = 128$.

Демонстрация фильма

Шахматная доска императора

Основной этап

Базовый уровень

Предложите ученикам нарисовать свою версию шахматной доски, указав количество зерен риса на каждом квадрате, как степень двойки. Затем попросите их выбрать любой квадрат, переместить его на семь квадратов вперед и посмотреть, что произойдет со степенью. Затем снова выберите любой квадрат, двигайтесь на пять квадратов назад и посмотрите, что происходит со степенью. Выведите правила умножения и деления степени того же самого числа. Придумайте задачи для практического применения этих правил.

Углубленный уровень

Спросите учеников, какой будет общая сумма, S , всех зерен риса на шахматной доске. Согласитесь с ними, что это нелегкая задача для выполнения расчетов без ухищрения или упрощения. Затем спросите, что случилось бы с общей суммой, если бы вы удвоили все зерна риса на каждом квадрате? Предположим, что вы вычли первую общую сумму от этой общей суммы почленно. Докажите, что все квадраты шахматной доски, кроме первого и последнего, можно эффективно “исключить”.

Напишите это алгебраически как: $2S - S = S = 2^{64} - 1$

Обобщите этот результат для любой геометрической последовательности и составьте задачи для применения этой формулы на практике.

Дополнительное задание

Предоставьте доступ к программе электронных таблиц. Поручите ученикам воссоздать шахматную доску и ее зерна риса с помощью таблиц так, чтобы построение чисел было 8×8 , увеличивающееся на $\times 2$ от квадрата к квадрату. Используя функции таблицы, поручите им сложить суммы каждой строки и сумму каждого столбца. Затем выработайте соотношения между итогами последовательных строк и между итогами последовательных колонок. Обоснуйте взаимосвязь с точки зрения степени числа 2. Могут ли ученики найти какую-либо связь между суммой диагоналей на шахматной доске?

Необязательное дополнительное задание

Правила умножения и деления степеней одного и того же числа одинаковы с правилами умножения и деления с использованием логарифмов. Исследуйте логарифмы: какие они, как они работают, и для чего они используются?

2^{57}	2^{58}	2^{59}	2^{60}	2^{61}	2^{62}	2^{63}
2^{49}	2^{50}	2^{51}	2^{52}	2^{53}	2^{54}	2^{55}
2^{41}	2^{42}	2^{43}	2^{44}	2^{45}	2^{46}	2^{47}
2^{33}	2^{34}	2^{35}	2^{36}	2^{37}	2^{38}	2^{39}
2^{25}	2^{26}	2^{27}	2^{28}	2^{29}	2^{30}	2^{31}
2^{17}	2^{18}	2^{19}	2^{20}	2^{21}	2^{22}	2^{23}
2^9	2^{10}	2^{11}	2^{12}	2^{13}	2^{14}	2^{15}
2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7

Образец, увеличивающийся на постоянный коэффициент каждый раз, в этом случае - 2, написан с использованием степени.