



Дроби: Пифагоров строй

Основное содержание обучения

В этом фильме излагается фундаментальный вывод Пифагора о музыкальной гармонии: если натянутая струна вибрирует, чтобы издать ноту, тогда ноты, звучащие в гармонии с изначальной нотой, соответствуют подразделениям струны на целое число. Таким образом, струны в половину длины, треть длины, четверть длины и так далее будут звучать гармонично; струны другой длины не будут звучать таким образом. Это соотношение между дробями воспроизводит музыкальный звук. Для просмотра фильма понимание всей сложности музыкальной теории не является необходимым, хотя требуется предварительное знание дробей.



Основные результаты

Цели урока

- Развивать умение вычислять дроби заданной величины, выражая ответ в виде дроби.
- Развивать умение умножать и делить дробь на целое число, на единичные дроби и на дроби общего вида.
- Развивать умение использовать обозначения соотношения, включая сокращение до простейшей формы и ее различные связи с обозначением дроби.
- Развивать умение делить количество в заданном соотношении, например, разделить струну на две части в соотношении 3:2.

Рекомендуемые задания

- Вычисление различных соотношений между длинами, срезав струну длиной 30 см, которая будет воспроизводить гармоничный звук с оригиналом.
- Получение шкалы Пифагорова строя, используя только соотношения между струной, половиной струны и третьей струны.

Дополнительные результаты

Цели урока

- Сформировать понятие о связи между музыкальной гармонией и аликвотными дробями.
- Развивать умение анализировать альтернативные музыкальные гаммы с математической точки зрения.

Рекомендуемые задания

- Исследование утверждения Пифагора о гармоничных звуках с различными музыкальными инструментами.
- Математическое описание построения музыкальных гамм и их прослушивание.



Пифагор обнаружил, что самые мелодичные аккорды соответствуют точным делениям или определенным долям всей струны.

Похожие фильмы

Рекомендуется использовать перед уроком:

Египтяне и единичные дроби

В этом фильме рассказывается об ограниченном использовании дробей в древнем Египте.

Рекомендуется использовать после данного урока:

Дроби: Замедленное движение

Этот фильм показывает, как дробная скорость может создавать специальные эффекты, наблюдаемые в кино.

Как звучат синусоиды?

Этот фильм представляет собой математический анализ всего того, что воспроизводит музыку, исследуя связь между тригонометрией и музыкой через амплитуды и частоты звуковых волн.

Иррациональные числа: Пифагор

Этот фильм детализирует, как невозможность написания некоторых чисел, таких как дроби, причиняла трудности грекам.

Доказательство Пифагора

Этот фильм рассматривает доказательство знаменитой теоремы Пифагора о прямоугольных треугольниках.

История золотого сечения

Этот фильм исследует математические модели в искусстве и музыке.

План урока

Вводный этап

Используя музыкальные инструменты или Интернет, дайте прослушать музыкальные ноты ученикам и спросите их: Какие комбинации нот прозвучали гармонично, а какие нет? Также спросите их, почему так происходит? Прослушайте с учениками примеры западной и восточной музыки с различной гармонией и спросите их, какие различия имеются между этими музыкальными произведениями.

Демонстрация фильма

Дроби: Пифагоров строй

Основной этап

Базовый уровень

Дайте студентам струну и жесткую обувную коробку. Попросите их растянуть струны различной длины по диагонали коробки так, чтобы получился гармоничный звук. Предложите им перечислить все длины, отрезанные от струны длиной 30 см, которые будут производить гармоничный звук с 30-сантиметровой струной. Затем попросите их рассчитать соотношения между всеми длинами и внести их в уменьшенной форме в таблицу, с длинами струн в верхней и боковой графах. Спросите учащихся, сколько отличительных соотношений они нашли.

Основной этап продолжение ...

Далее, покажите ученикам соотношения между нотами в сконструированной шкале с использованием пифагорова строя (1:1, 9:8, 81:64, 4:3, 3:2, 27:16, 243:128, по отношению к базовой ноте). Покажите, как эти интервалы могут быть построены с использованием только соотношения между струной, половиной струны и третью струны:

- Предположим, что исходная длина струны равна 1. Постройте ноты в интервале между 1 и 2.
- Рассчитайте соотношение между третью струны и половиной струны ($\times \frac{3}{2}$) и добавьте его к струне длиной 1, чтобы получить струну длиной $\frac{3}{2}$.
- Затем повторите это, чтобы получить струну длиной $\frac{3}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{4}$. Так как это больше двух, убавьте октавы до $\frac{9}{8}$.
- Затем повторите еще раз, чтобы получить струну длиной $\frac{3}{2} \times \frac{9}{8} = \frac{27}{16}$, а затем еще раз, чтобы получить $\frac{81}{32}$. Так как это больше двух, убавьте октавы до $\frac{81}{64}$.
- Затем повторите, чтобы получить струну длиной $\frac{81}{64} \times \frac{3}{2} = \frac{243}{128}$.
- Чтобы получить последнюю ноту, разделите струну длиной в 1 на $\frac{3}{2}$, чтобы получить $\frac{2}{3}$. Так как это меньше 1, удвойте, чтобы поднять октаву до $\frac{4}{3}$. Это и завершает шкалу.

Поручите учащимся рассчитать множители между последовательными соотношениями из списка 1:1, 9:8, 81:64, 4:3, 3:2, 27:16, 243:128 – какую закономерность они заметили?

Углубленный уровень

Следуйте указаниям выше, но теперь поэкспериментируйте с музыкальными инструментами, чтобы произвести ноты на разных длинах (или эквиваленте) струны. Предложите ученикам создать альтернативные шкалы и прослушать, как они звучат.

Дополнительное задание

Объясните, как Пифагор построил шкалу, основанную на соотношении, образованном путем деления только на 2 и 3. Объясните, что в этом нет математической причины, почему он не мог использовать четверть струны и одну пятую струны. Что изменилось бы на шкале, если бы эти соотношения были использованы? Найдите примеры других шкал, используемых в различных культурах, и изучите их математическую основу.

Необязательное дополнительное задание

Сконструируйте базовый музыкальный инструмент, используя струны, натянутые на коробке, и размеры по шкале Пифагора.

Современные дроби - это обычные числа, где верхний "числитель" делится на нижний "знаменатель".