

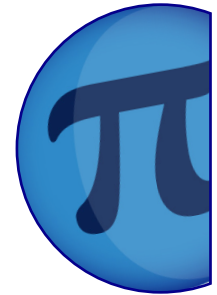


# Дәлелдемелер: Миллион долларлық математика

АТЫ-ЖӨНІ: .....

СЫНЫБЫ: .....

КҮНІ: .....



## Негізгі деңгей

1) Математикада ақиқат не жалған екені белгісіз тұжырымды біз қалай атаймыз?

2) Тұжырымның ақиқат екенін анықтайтын процесс қалай аталады?

3) Келесі тұжырымдамалардың терістеулерін жазыңыз:

a)  $23 \geq 34$

b)  $3x + 5x = 6x$

4)  $6x - 8 = 2x$  теңдеуі берілген,  $x = 2$  екенін дәлелдеңіз.

5) Келесі дәлелдемені оқыңыз. Егер қате бар болса, сол жол нөмірін көрсетіңіз және ол жол неге дұрыс емес?

$x \in \mathbb{Z}$  және  $x^2 + 2x = 2x + 25$  берілген,  $x = 5$  екенін дәлелдеңіз.

$$x^2 = 25$$

$$x = 5$$

Берілген тұжырым дұрыс болса, онда  $x = 5$ .



# Дәлелдемелер: Миллион долларлық математика

АТЫ-ЖӨНІ: .....

СЫНЫБЫ: .....

КҮНІ: .....



## Орташа деңгей

1)  $\sqrt{2}$  рационал сан емес екенін кері жору әдісімен дәлелдеңіз.

2) Индукция әдісімен  $n^3 + 2n$  өрнегі 3-ке бөлінетінін дәлелдеңіз,  $n \geq 1$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

3)  $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$  теңдігін дәлелдеңіз.

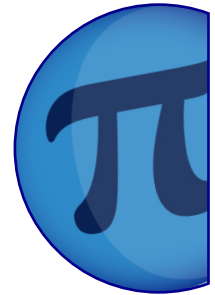


# Дәлелдемелер: Миллион долларлық математика

АТЫ-ЖӨНІ: .....

СЫНЫБЫ: .....

КҮНІ: .....



## Тереңдетілген деңгей

- 1) A:  $n^2$  жұп сан.  
B: n жұп сан ( $n \in \mathbb{Z}$ ).  
A  $\Rightarrow$  B екенін кері жору әдісімен дәлелдеңіз.

- 2)  $\sqrt{7}$  рационал сан емес екенін кері жору әдісімен дәлелдеңіз.



# Дәлелдемелер: Миллион долларлық математика

## ЖАУАПТАР

### Негізгі деңгей

- 1) Болжам немесе гипотеза
- 2) Дәлелдеме
- 3) а)  $2^3 < 3^4$                                       б)  $3x + 5x \neq 6x$  ( $x \neq 0$ ) Т
- 4)  $4x = 8$ , сондықтан  $x = 2$ ; дәлелденді.
- 5) Бұрыс, себебі  $x = \pm 5$ .

### Орташа деңгей

- 1)  $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$  деп болжайық.  
 $\exists a, b \in \mathbb{Z}$   
 $a = b\sqrt{2}$   
 $a^2 = 2b^2$   
 $a^2$  жұп сан.  
 $a$  жұп сан, өйткені  $a$ -да 2 еселенген көбейткіш бар.  
 $a = 2k$  болсын, бұл жерде  $k \in \mathbb{Z}$ .  
Сонда  $4k^2 = 2b^2$  ( $a^2 = 2b^2$ ).  
 $b^2 = 2k^2$   
 $b^2$  жұп сан.  
 $b$  жұп сан,  $b$ -да 2 еселенген көбейткіш бар.  
 $a$  және  $b$  екеуі де жұп сан.  
 $\Rightarrow a$  және  $b$ -да ортақ 2-ге еселенген көбейткіші бар.  
Біз қарама-қайшылыққа келдік; сондықтан  $\sqrt{2}$  рационал емес.
- 2) а) Бұл тұжырым 3-ке бөлінетін  $n$ -нің ең кіші қажетті мәні үшін дұрыс болады, яғни  $n = 1$ :  $13 + 2 \times 1 = 3$ .  
б) Бұл тұжырым  $n = k$  болатын кейбір жағдайлар үшін дұрыс деп есептейік. Сонда  $m \in \mathbb{N}$  үшін  $k^3 + 2k = 3m$  болады.  
 $n = k + 1$  қарастырайық:  
 $(k + 1)^3 + 2(k + 1) = k^3 + 3k^2 + 3k + 1 + 2k + 2$   
=  $k^3 + 2k + 3k^2 + 3k + 3$   
=  $(k^3 + 2k) + 3(k^2 + k + 1)$   
=  $3m + 3(k^2 + k + 1)$   
=  $3(m + k^2 + k + 1)$   
=  $3m_1$   
 $m_1 \in \mathbb{N}$   
 $\Rightarrow$  тұжырым  $k + 1$  үшін дұрыс.
- с) Бұл тұжырым  $n = 1$  үшін дұрыс және ( $n = k \Rightarrow n = k + 1$ ) болғандықтан, индукция бойынша  $\forall N \geq 1, n \in \mathbb{N}$  үшін де дұрыс болады.
- 3)  $\sin 2x = \sin(x + x)$   
=  $\sin x \cos x + \cos x \sin x = 2\sin x \cos x$



# Дәлелдемелер: Миллион долларлық математика

## ЖАУАПТАР

### Тереңдетілген деңгей

1) А дұрыс, ал В бұрыс деп алайық. Сонда  $n$  тақ сан және  $n = 2m + 1$ , бұл жерде  $m \in \mathbb{Z}$ .

Бірақ  $(2m + 1)^2 = 4m^2 + 4m + 1$

$$= 2(2m^2 + 2m) + 1$$

$$= 2r + 1$$

Бұл жерде  $r \in \mathbb{Z}$ .

Бұл  $(2m + 1)^2 = n^2$  тақ екенін көрсетеді, бұл А тұжырымына қайшы келеді. Осылайша  $n$  жұп сан болу керек.

2)  $\sqrt{7}$  рационал деп алайық. Сонда ортақ бөлгіші жоқ, бүтін  $m$  және  $n$  үшін  $\sqrt{7} = \frac{m}{n}$ , себебі біз

қандай да бір бірінші ортақ бөлгішті алып тастасақ болады, [ортақ ең үлкен бөлгіші  $(m, n) = 1$ ].

$$\sqrt{7} = \frac{m}{n}$$

$$n$$

$$7 = \frac{m^2}{n^2}$$

$$n^2$$

$$7n^2 = m^2$$

$7|m$  арифметиканың негізгі теоремасы бойынша

$$7^2|m^2$$

$$7^2|7n^2$$

$$7|n^2$$

$7|n$  арифметиканың негізгі теоремасы бойынша

$7|m$  және  $7|n$  яғни  $m$  және  $n$  ортақ бөлгіші бар.

Бұл  $(m, n) = 1$  дегенге қайшы келеді.

Бұл өз кезегінде алғашқы  $\sqrt{7}$  рационал сан деген тұжырымға қайшы келеді, сонда  $\sqrt{7}$  иррационал сан болады.